Formelsammlung für Experimentalphysik

Inhaltsverzeichnis

1 Dynamik 1

2 Mechanik des starren Körpers 2

3 Bewegte Bezugssysteme 2

4 Deformierbare Festkörper 2

5 Hydrostatik und -dynamik 2

6 Schwingungen 3

7 Wellen 3

8 Elektrizität und Magnetismus 4
- 8.1 Maxwellsche Gleichungen 6

9 Optik 6
- 9.1 Geometrische Optik 6
- 9.2 Wellenoptik 7

1 Dynamik

- Kraft $\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \overset{m \neq m(t)}{=} m\vec{a}$
- Gravitationskraft $\vec{F}_g = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$, potentielle Energie im Gravitationsfeld $E_{pot} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r}$ mit $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \mathrm{m}^3/\mathrm{kgs}^2$
- Arbeit $W = \int \vec{F} d\vec{s}$, Wirkung Wt
- Leistung $P = \frac{dW}{dt}$
- kinetische Energie $E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$
- potentielle Energie $E_{pot} = mgh$
- Impuls $\vec{p} = m\vec{v}$

2 Mechanik des starren Körpers

- Kreisbewegung mit Winkelgeschwindigkeit $\omega = \dot{\phi}$, Bahngeschwindigkeit $v = \omega \times r \stackrel{\perp}{=} \omega r$
- Drehmoment $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \dot{\vec{L}}$
- Massenträgheitsmoment $I_S = \int r^2 dm$ mit r Abstand zur Drehachse, Umrechnung auf andere Achse mit Abstand a: $I_A = ma^2 + I_s$
- Rotationsenergie $E_{rot} = \frac{1}{2} I_A \omega^2$
- Drehimpuls $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = I_A \omega$

3 Bewegte Bezugssysteme

- Galilei-Transformation $\vec{r'} = \vec{r} - \vec{v}_s t$
- Zentrifugalkraft (Scheinkraft) $\vec{F}_{zf} = m\vec{r}\omega^2$
- Coriolisbeschleunigung $\vec{a}_c = 2\vec{v} \times \vec{\omega}$

4 Deformierbare Festkörper

- relative Längenänderung $e = \frac{\Delta l}{l}$
- Spannung $\sigma = Ee$ mit E Elastizitätsmodul
- Querkontraktion $\epsilon_q = \frac{\Delta d}{d} = -\mu \frac{\Delta l}{l} = -\mu\epsilon$
- Biegepfeil $s = \frac{Fl^3}{3E\Omega}$ mit Flächenträgheitsmoment $\Omega = \int z^2 dA$

5 Hydrostatik und -dynamik

- Druck $p = \frac{F}{A}$
- Schweredruck / Hydrostatischer Druck $p = \rho g h$
- Auftriebskraft $F_a = \rho_{\text{fl}} g V$ mit Dichte der Flüssgkeit ρ_{fl}
- Kontinuitätsgleichgung $v_1 A_1 = v_2 A_2$
- Bernoulli-Gleichung $p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = p_{ges} = const$

- Druckkraft auf umströmte Fläche $F_A = \rho A v^2$
- Reibungsgesetz für laminare Strömungen $F_R = \nu A \frac{dv}{dx}$
- Widerstandskräfte (Luftreibung) $F_w = \frac{1}{2} c_w A \rho v^2$

6 Schwingungen

- freie ungedämpfte Schwingung $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \Rightarrow x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t + \phi_0)$
- freie gedämpfte Schwingung $\ddot{x} + \Gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \Rightarrow x(t) = Ce^{\Gamma t}$
- Güte einer Schwingung $Q = \frac{\omega_0}{\Gamma}$
- Erzwungene Schwingung $\ddot{x} + \Gamma \dot{x} \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t$
- Überlagerung von Schwingungen: lineares Verhalten erlaubt Addition (Superpositionspronzip)
- Schwingungen mit stark unterschiedlicher Frequenz, Fourieranalyse
- Gekoppelte Schwingungen
- Nicht lineare Schwingungen $\Rightarrow$ keine harmonische Lösung $\Rightarrow$ Fourieranalyse

7 Wellen

- Transversalwellen (Toursionswellen) und Logitudinalwellen
- Phasengeschwindigkeit $v_{ph} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$
- Wellengleichung $U(x,t) = U_0 \cos(\omega t \pm kx + \phi)$ mit $v = \lambda f = \frac{2\pi}{k} \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega}{k}$
- Ebene Wellen $U = U_0 \cos(\omega - \vec{k}\vec{r})$ (Orte gleicher Phase auf Ebenen)
- Kugelwellen $U = U_0 \frac{1}{r} \cos(\omega t - kr)$ (Orte gleicher Phase auf Kegeln)
- Interferenz von Wellen gleicher Frequenz $U = 2\frac{U_0}{r_0} \cos(\frac{k}{2}(r_2 - r_1))e^{i(\omega r - kr_0)}$ mit Amplitudenmodulation vom Ort (cos-Term), destruktive Interferenz $\sin \Theta = \frac{2m+1}{2} \frac{2}{d}$, konstruktive Interferenz $\sin \Theta = m \frac{\lambda}{d}$

- Interferenz von Wellen unterschiedlicher Frequenz mit $k = \frac{k_1+k_2}{2}$ und $\Delta k = \frac{k_1-k_2}{2}$ ergibt sich $U = 2U_0 \cos(\omega t - kx)\cos(\Delta\omega t - \Delta kx)$, Phasengeschwindigkeit $v_{ph} = \frac{\omega}{k}$ und Gruppengeschwindigkeit $v_{gr} = \frac{d\omega}{dk} = v_{ph} + k\frac{dv_{ph}}{dk} = v_{ph} - \lambda\frac{dv_{ph}}{d\lambda}$

- Klassische Unschärferelation $\Delta t \cdot \Delta f = 1$ (kurze Pulse $\Rightarrow$ viele Frequenzen)

- Stehende Welle durch Reflexion am dünnen Medium $U = 2U_0 \cos(\omega t)\cos(kx)$, am dichten Medium $U = 2U_0 \sin(\omega t)\sin(kx)$

- Dopplereffekt $f_B = f_Q \frac{v_{ph} \pm v_B}{v_{ph} \pm v_Q}$ (B Beobachter, Q Quelle, Annähern $f_B > f_Q$)

8 Elektrizität und Magnetismus

- Coulomb-Kraft $\vec{F}_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1 - Q_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$

- Elektrische Feldstärke $\vec{F}_c = q\vec{E}$ mit $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$, Plattenkondensator $E = \frac{U}{d}$, Feldlinien $+ \rightarrow -$

- Elektrischer Dipol mit Dipolmoment $\vec{p} = q\vec{l}$, Drehmoment im homogenen Feld $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$

- Kapazität eines Kondensators $C = \frac{Q}{U}$, Plattenkondensator $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$, Kugelkondensator $C = 4\pi\epsilon_0 \frac{Rr}{r-R}$

- ohmscher $X_R = R$, kapazitiver $X_C = \frac{1}{i\omega C}$ und induktiver $X_L = i\omega L$ Widerstand, Reihenschaltung $X_{ges} = \sum X_i$, Parallelschaltung $\frac{1}{X_{ges}} = \sum \frac{1}{X_i}$

- Gleichstrom
  - $I = \dot{Q}$
  - $U = RI$
  - Knotensatz $\sum_i I_i = 0$
  - Maschensatz $\sum_i U_i = 0$
  - Spannungsabfall $U_1 = U_0 \frac{R_1}{R_1+R_2}$ über R_1
  - Arbeit/Energie $W = UIt$, Leistung $P = UI$

- kinetische Energie $E_{kin} = qU$, Arbeit zum Laden eines Kondensators $W = \frac{1}{2}CU^2$, magnetische Energie einer Spule $W_m = \frac{1}{2}LI^2$
- Magnetische Feldstärke $H = (\frac{I}{2\pi r})_{Leiter} = (\frac{NI}{l})_{Spule}$, Biot-Savar-Gesetz $\vec{d}H = \frac{I}{4\pi}\frac{d\vec{s}\times\vec{r}}{r^3}$, $N \rightarrow S$
- Magnetischer Dipol mit Dipolmoment $\vec{m} = q_m\vec{l}$, Drehmoment im homogenen Feld $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{H}$
- Lorentzkraft $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B} = I\vec{l} \times \vec{B}$
- Magnetischer Fluss $\Phi = \int \vec{B}\, d\vec{A} \overset{B=const}{=} \vec{B}\vec{A}$
- Induktionsgesetz $U_{ind} = -N\frac{d\Phi}{dt}$, Leiter $U_{ind} = l\vec{v} \times \vec{B}$, Selbstinduktion $U_{sind} = -L\dot{I}$
- Wechselstrom
  - $U = U_0 \cos(\omega t + \phi_{U0})$ und $I = I_0 \cos(\omega t + \phi_{I0})$
  - $U_0 = \sqrt{2}U_{eff}$ und $I_0 = \sqrt{2}I_{eff}$,
  - Wirkleistung $P_W = I_{eff}U_{eff}\cos\phi$, Blindleistung $P_B = I_{eff}U_{eff}\sin\phi$
  - Scheinwiderstand (Impedanz) $\tilde{Z} = R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C}$
- Elektromagnetische Schwingungen
  - freie $\ddot{Q}+R\dot{Q}+\frac{1}{C}Q = 0 \quad \Rightarrow \quad Q = e^{-\frac{R}{2L}t}\left\{c_1 e^{i\sqrt{\omega_0^2-\frac{R}{2L}}t} + c_2 e^{-i\sqrt{\omega_0^2-\frac{R}{2L}}t}\right\}$
  - frei und ungedämpft $(R = 0)$ $Q = Q_0 \cos(\omega_0 t + \phi_0)$
  - erzwungener Reihenschwingkreis $\ddot{Q} + \frac{R}{L}\dot{Q} + \frac{1}{LC}Q = \frac{U_0}{L} \cos\omega t$
  - erzwungener Parallelschwingkreis $\ddot{\Phi} + \frac{1}{RC}\dot{\Phi} + \frac{1}{LC}\Phi = \frac{I_0}{C} \cos\omega t$
- Hall-Spannung $U_H = \frac{1}{ne}\frac{IB}{d}$ (über Kräfteggw Lorentz und Hall-Feld)
- Elektromagnetische Wellengleichung $\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial x^2} - \frac{1}{v_{ph}^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0$, mögliche Lösung $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx)$ (Transversalwelle)
- Photoeffekt $W_{kin} = hf - W_A$

8.1 Maxwellsche Gleichungen

Integrale Form

$$\begin{aligned}
\oiint \vec{D}\, d\vec{A} &= \iiint \rho\, dV = Q \\
\oiint \vec{B}\, d\vec{A} &= 0 \\
\oint \vec{E}\, d\vec{s} &= -\frac{d}{dt} \iint \vec{B}\, d\vec{A} \\
\oint \vec{H}\, d\vec{s} &= \iint \vec{J}\, d\vec{A} + \frac{d}{dt} \iint \vec{D}\, d\vec{A}
\end{aligned}$$

Differentielle Form

$$\begin{aligned}
div\, \vec{D} &= \rho \\
div\, \vec{B} &= 0 \\
rot\, \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\
rot\, \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}
\end{aligned}$$

9 Optik

9.1 Geometrische Optik

- Brechungsgesetz $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$ mit Brechzahl $n_m = \frac{c_{vak}}{c_m}$
- Reflexionsgesetz $\sin\alpha = \sin\alpha'$, Totalreflexion $\sin\beta \stackrel{!}{=} 1 \Rightarrow \sin\alpha_{total} > \sin\alpha_g = \frac{n_2}{n_1}$
- Dünne Linse $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$, Kugelspiegel $f \approx \frac{r}{2}$
- Blendenzahl $k = \frac{f}{D}$ (D Blendendurchmesser)
- Fermatsches Prinzip $\int_A^C n(s)\, ds = \min$
- Abbildungsgleichung $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$
- Abbildungsmaßstab $\beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$

- Strahlmatrizen $M_{trans} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $M_{linse} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$ multipliziert mit $\begin{pmatrix} x \\ \alpha \end{pmatrix}$ und $M_{ges} = \ldots M_2 \cdot M_1$

9.2 Wellenoptik

- allgemeine Vektorwelle $\vec{E}(\vec{r}, t) = \mathrm{Re}\left(\vec{A}(\vec{r}) e^{i\omega t}\right)$
- Kohärenzbedingung: Wegdifferenz $\Delta s < \frac{\lambda}{2}$, Quellendurchmesser $\cdot$ num. Beleuchtungsapertur $<< \frac{\lambda}{2}$
- Interferenz z.B. planparallele Platten $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta d + \pi$ wobei $\Delta d = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}$ und $+\pi$ durch Reflex am festen Ende
- Beugung