

Experimental-Physik
Semester 2 SS04/05 - Kowarschik
Lösungen zu den Übungsaufgaben

Inhaltsverzeichnis

1 Übung 13	1
1.1 Feldstärke und Potentialverlauf einer Kugel (37)	1
1.2 Kapazität eines Kugelkondensators (38)	1
1.3 Ladungsverteilung (39)	2
2 Übung 14	2
2.1 Dipol aus zwei Ladungen (40)	2
2.2 Kraft auf parallele Leiter (41)	2
2.3 Ladungsbewegung im Wasserstoffatom (42)	2
3 Übung 15	2
3.1 Teilchen im \vec{E} - und \vec{H} -Feld (43)	2
3.2 Bahngleichung eines e^- im mag. Quersfeld (44)	3
3.3 Biot-Savartsches Gesetz (45)	3
4 Übung 16	3
4.1 Energie bei \vec{B} -Feld-Änderung (46)	3
4.2 Auf- und Entladung eines Kondensators (47)	4
4.3 Fallende Drahtschleife im \vec{B} -Feld (48)	4
5 Übung 17	5
5.1 Hoch- und Tiefpass (49)	5
5.2 Vergleich mech. und elekt. Schwingungen (50)	5
5.3 Kirchhoffscher Maschen- und Knotenpunktsatz (51)	5
6 Übung 18	5
6.1 Magnetfeld eines Hertzschen Dipols (52)	5
6.2 Sonnenstrahlung (53)	5
6.3 Verschiebungsstrom- und Leitungsstromdichte (54)	6
7 Übung 19	6
7.1 Kennlinie einer Gasentladungsröhre (55)	6
7.2 Beweglichkeit der Ladungsträger im Halbleiter (56)	6
7.3 Leuchtstoffröhre an Netzspannung (57)	6

8 Übung 20	7
8.1 Reflexions- und Brechungsgesetz (58)	7
8.2 Gaslaser und Intensitätsverlust (59)	7
8.3 Brennweite eines sphärischen Hohlspiegels (60)	7
9 Übung 21	7
9.1 Bildebene eines Teleobjektivs (61)	7
9.2 Fern- und Naheinstellung am Fotoapparat (62)	8
9.3 Brennweite über Abbildungsmaßstab (63)	8
10 Übung 21	8
10.1 Auflösungsvermögen Fabry-Perot-IF (64)	8
10.2 Spektrum eines Strichgitters (65)	9
10.3 Numerische Apertur einer optischen Faser (66)	9
11 Übung 23	10
11.1 Michelson-Interferometer (67)	10
11.2 Polarisiertes Lichtbündel in trübem Medium (68)	10
11.3 Elektronenmikroskop (69)	10

1 Übung 13

1.1 Feldstärke und Potentialverlauf einer Kugel (37)

geladene Hohlkugel: Wirkt wie Punktladung bei $r=0$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\phi = \int_r^\infty E dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

geladene Vollkugel: Für $r \geq R_0$ wie bei Hohlkugel, im Inneren ($r < R_0$)

$$\Phi = \int \vec{E} d\vec{A} = EA = E4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r^3}{\epsilon_0}$$

1.2 Kapazität eines Kugelkondensators (38)

Mit $C = \frac{Q}{U}$:

$$U = \int_a^b E(r) dr + \int_b^c E(r) dr$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{r1}} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{r2}} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) \\
C &= \frac{Q}{U} = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon_{r1}\epsilon_{r2}abc}{c\epsilon_{r2}(b-a) + a\epsilon_{r1}(c-b)}
\end{aligned}$$

1.3 Ladungsverteilung (39)

2 Übung 14

2.1 Dipol aus zwei Ladungen (40)

Mit $\sin \phi = \frac{|E_{xp}|}{|E_p|} = \frac{|E_{xn}|}{|E_n|} = \frac{l}{2r}$

$$\begin{aligned}
\vec{E}_{pos}(x=0) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{r} \\
\vec{E}(x=0) &= \vec{E}_{pos}(x=0) + \vec{E}_{neg}(x=0) \\
&= E_p(r=0) \frac{l}{2r} 2\vec{i} = \frac{Ql}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{i} \\
\Rightarrow \vec{F}_c(x=0) &= (+q) \frac{Ql}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{i} \\
\vec{F}_c^*(x=0) &= (-q) \frac{(+Q)}{4\pi\epsilon_0 a^2} \vec{i} \\
\Rightarrow a &= \sqrt{\frac{r^3}{l}}
\end{aligned}$$

2.2 Kraft auf parallele Leiter (41)

Werden die Leiter parallel durchflossen, werden sie angezogen, entgegengesetzt durchflossen werden Sie auseinander gedrückt. $\vec{F}_{12} = \mu_0 I_2 \vec{l} \times \vec{H}_1$ mit $H_1 = \frac{I_1}{2\pi d}$ und $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$

2.3 Ladungsbewegung im Wasserstoffatom (42)

3 Übung 15

3.1 Teilchen im \vec{E} - und \vec{H} -Feld (43)

Teilchenbahn ungekrümmt $F_L = qvB \stackrel{!}{=} F_E = qE \Rightarrow v = \frac{E}{B}$. Über eine Energiebetrachtung ergibt sich:

$$\frac{m}{2} v^2 = qU + \frac{m}{2} v_0^2$$

$$\Rightarrow U = \frac{m}{2q} \left(\frac{E^2}{B^2} - v_0^2 \right)$$

3.2 Bahngleichung eines e^- im mag. Querfeld (44)

Gleichsetzen der Lorentz- und Zentripetalkraft ergibt Kreisbewegung des Elektrons

$$F_L = q|\vec{v} \times \vec{B}| = \frac{mv^2}{r} = F_z \Rightarrow r = \frac{mv_0}{e^-B}$$

mit der Periodendauer T

$$v = \omega r \Rightarrow \omega = \frac{e^-B}{m_e} \Rightarrow T = \frac{2\pi m_e}{e^-B}$$

$v_z || \vec{B}$ wird durch die Lorentzkraft nicht beeinflusst, es ergibt sich eine Kreispirale mit fester Ganghöhe Δz

$$\Delta z = v_z T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m_e v_z}{e^-B}$$

Mit einem zusätzlich wirkenden elektrischen Feld E_0 ergibt sich eine beschleunigte Bewegung in z -Richtung

$$F_e = e^-E_0 = ma \Rightarrow a = \frac{e^-E_0}{m}$$

$$\Rightarrow v_z = v_{z_0} + \frac{e^-E_0}{m}t \Rightarrow \Delta z(t) = \Delta z_0 + \frac{2\pi E_0}{B_0}t$$

3.3 Biot-Savartsches Gesetz (45)

$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$

mit $r = \sqrt{R^2 + z^2}$ ergibt sich

$$H_z = \frac{I R^2}{2 r^3}$$

4 Übung 16

4.1 Energie bei \vec{B} -Feld-Änderung (46)

Mit $\tau = \frac{a}{|v_0|}$ ergibt sich

$$\begin{aligned}U_{ind} &= avB_0 \\P_{Joule} &= \frac{U_{ind}^2}{R} = \frac{a^2 v_0^2 B_0^2 A_L}{4a\rho_{el}} \stackrel{!}{=} mc_v \frac{\delta T}{\tau} \\ \Rightarrow \delta T &= \frac{v_0 B_0^2 a}{16\rho_{el}\rho_m c_v} \approx 14,11K\end{aligned}$$

4.2 Auf- und Entladung eines Kondensators (47)

Laden: Über die Maschenregel ergibt sich $U_0 - \frac{Q}{C} - IR = 0$ mit $I = \dot{Q}$ zu

$$\begin{aligned}\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{RC}Q &= \frac{U_0}{R} \\ \Rightarrow Q(t) &= U_0 C - c_2 RC e^{-\frac{t}{RC}} \\ \stackrel{Q(0)=0}{\Rightarrow} Q(t) &= U_0 C (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \\ \stackrel{I=\dot{Q}}{\Rightarrow} I(t) &= \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \\ \stackrel{U=\frac{Q}{C}}{\Rightarrow} U(t) &= U_0 (1 - e^{-\frac{t}{RC}})\end{aligned}$$

Entladen: beim Entladen gilt $U_0 = 0$, sodass sich eine homogene DGL ergibt:

$$\begin{aligned}\dot{Q} + \frac{1}{RC}Q &= 0 \\ \Rightarrow Q(t) &= Q_0 e^{-\frac{t}{RC}} = U_0 C e^{-\frac{t}{RC}} \\ \stackrel{I=\dot{Q}}{\Rightarrow} I(t) &= -\frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \\ \stackrel{U=\frac{Q}{C}}{\Rightarrow} U(t) &= U_0 e^{-\frac{t}{RC}}\end{aligned}$$

Energie des Kondensators über $dW = \int P(t) dt = \int U(t)I(t) dt$

$$\begin{aligned}P &= U_R I = RI^2 = R \left(-\frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \right)^2 \\ W &= \frac{U_0^2}{R} \int_0^\infty e^{-\frac{2t}{RC}} dt = \frac{1}{2} U_0^2 C\end{aligned}$$

4.3 Fallende Drahtschleife im \vec{B} -Feld (48)

Auf die Drahtschleife wirkt die Gewichtskraft $\vec{F}_G = m\vec{g}$ sowie die Lorentzkraft für das obere und untere Drahtstück $F_{1L} = IaB = -F_{2L}$ mit $I = \frac{U_{ind}}{R}$ und $U_{ind} = -\frac{d}{dt}BA = -a^2\frac{d}{dt}(B_0 + bz) = -a^2b\dot{z}$. Insgesamt ergibt sich für $F_L = F_{1L}(z_1) + F_{2L}(z_2) = -\frac{a^4b^2\dot{z}}{R}$. Für die Gesamtbeschleunigung ergibt sich

$$\ddot{z} = \frac{gRm - a^4b^2\dot{z}}{Rm}$$

Als Lösung für diese Differentialgleichung

$$\ddot{z} = -ge^{-t\frac{a^4b^2}{Rm}}$$

5 Übung 17

5.1 Hoch- und Tiefpass (49)

5.2 Vergleich mech. und elekt. Schwingungen (50)

5.3 Kirchhoffscher Maschen- und Knotenpunktsatz (51)

Für den Spezialfall $\vec{B} = 0$ ergibt sich der Maschensatz aus der Maxwellgleichung

$$\oint \vec{E} d\vec{s} = 0 \stackrel{!}{=} U_{12} = \int_1^2 \vec{E} d\vec{s} \\ \Rightarrow \sum U_i = 0$$

Aus der Kontinuitätsgleichung $\dot{\rho} + \text{div}\vec{j} = 0$ für ein ungeladenes Leistungsstück $Q = 0$ ergibt sich der Knotensatz

$$\text{div}\vec{j} = 0 \\ \Rightarrow \sum I_i = 0$$

6 Übung 18

6.1 Magnetfeld eines Hertzschen Dipols (52)

6.2 Sonnenstrahlung (53)

$$\underbrace{\vec{S}}_{\text{Energiestromdichte}} = \vec{E} \times \vec{H} = \underbrace{\frac{dW}{dV}}_{\text{Energiedichte}} \underbrace{\vec{V}_{ph}}_{\text{Phasengeschw.}}$$

Mit $|\vec{E}| = E_0 \sin(\omega t - kz)$ und $|\vec{H}| = H_0 \sin(\omega t - kz)$ folgt $|\vec{S}| = E_0 H_0 \sin^2(\omega t)$ bei $z = 0$ und für das zeitliche Mittel $\langle |\vec{S}| \rangle = E_0 H_0 \frac{1}{2} \stackrel{!}{=} 1400 \frac{W}{m^2}$. Über die Beziehung $|\vec{H}| = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\mu_0 \mu_r}} |\vec{E}|$ ergeben sich die gesuchten Werte $E_0 = 1027 V/m$, $H_0 = 2,73 A/m$ sowie $B_0 = 3,43 \cdot 10^{-6} T$, $D_0 = 9,1 \cdot 10^{-9} C/m^2$, die jeweils unabhängig von λ , f oder der Polarisation sind.

6.3 Verschiebungsstrom- und Leitungsstromdichte (54)

$$\begin{aligned} E(t) &= E_0 \sin(\omega t) \\ \Rightarrow \dot{E}(t) &= \omega E(t + \frac{T}{4}) \\ j_c &= \dot{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \dot{E} = \epsilon_0 \omega |\vec{E}| \\ j_e &= \sigma |\vec{E}| \\ \Rightarrow \frac{j_c}{j_e} &= \frac{\epsilon_0 \omega |\vec{E}|}{\sigma |\vec{E}|} \stackrel{!}{=} 1 \\ \Rightarrow f &= 1,05 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \end{aligned}$$

7 Übung 19

7.1 Kennlinie einer Gasentladungsröhre (55)

Kennlinie einer Gasentladungsröhre mit $U = a_0 + \frac{a_1}{I}$ gegeben. Über die Maschenregel ergibt sich $U_0 = U + IR$, eingesetzt in erste Gleichung ergibt sich eine quadratische Gleichung $0 = I^2 + \frac{a_0 - U_0}{R} I + \frac{a_1}{R}$ mit den Lösungen $I_1 = 3,32 A/U_1 = 74,3 V$ und $I_2 = 0,96 A/U_2 = 177,7 V$. Als stabiler Punkt ergibt sich Lösung 1, da der zweite Punkt durch zufällige Spannungsänderungen verlassen wird.

7.2 Beweglichkeit der Ladungsträger im Halbleiter (56)

$$\begin{aligned}
 E_0 &= \frac{U_0}{a} \quad \text{Feld der angelegten Spannung} \\
 E_{\perp} &= \frac{U_H}{a} \quad \text{Feld durch Hall-Spannung} \\
 F_L &= -e^{-} \vec{v} \times \vec{B} \stackrel{!}{=} E_{\perp} - e^{-} = F_{E_{\perp}} \Rightarrow E_{\perp} = v_{drift} B \\
 \mu &= \frac{E_{\perp}}{E_0 B} = \frac{U_H}{U_0 B} \approx 0,65 \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}}
 \end{aligned}$$

7.3 Leuchtstoffröhre an Netzspannung (57)

Netzspannung $U = 220\text{V}$, $f = 50\text{Hz}$, $\omega = 2\pi f$, Leuchtstoffröhre mit $U_{\otimes} = 50\text{V}$ und $I_{\otimes} = 0,12\text{A}$. Welche Induktivität L muss eine in Reihe geschaltete Spule besitzen? Komplexe Betrachtung nötig:

$$\begin{aligned}
 R_{ges} &= R_{\otimes} + i\omega L \\
 R_{ges}^2 &= R_{\otimes}^2 + \omega^2 L^2 \quad \text{komplexer Betrag} \\
 L &= \frac{1}{\omega^2} (R_{ges}^2 - R_{\otimes}^2) = \frac{1}{\omega^2 I^2} (U_0^2 - U_{\otimes}^2) \\
 \Rightarrow L &\approx 5,86\text{H}
 \end{aligned}$$

8 Übung 20

8.1 Reflexions- und Brechungsgesetz (58)

Fermatsches Prinzip: Prinzip des kleinsten Lichtweg (Lichtweg=Strecke·Brechzahl)

$$\int_A^B n(s) ds \text{ wird minimal}$$

Brechungsgesetz: Laufzeit minimieren $t = \frac{s}{v}$

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} = \frac{\sqrt{(x_1 - x)^2 + y_1^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{(x_2 - x)^2 + y_2^2}}{v_2} \\
 0 &\stackrel{!}{=} \frac{dT}{dx} = \frac{-2 * (x_1 - x)}{2s_1 v_1} + \frac{-2 * (x_2 - x)}{2s_2 v_2} \\
 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} &= \frac{n_2}{n_1}
 \end{aligned}$$

mit $\sin \alpha = \frac{x_1 - x}{s_1}$, $\sin \beta = \frac{x - x_2}{s_2}$ und $n_i = \frac{c_i}{v_i}$

8.2 Gaslaser und Intensitätsverlust (59)

8.3 Brennweite eines sphärischen Hohlspiegels (60)

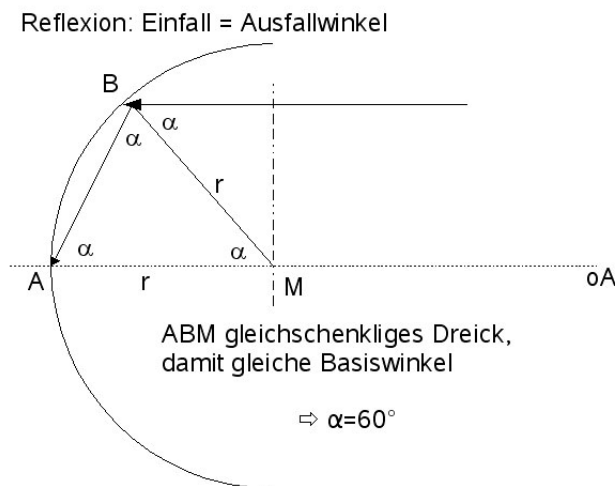


Abbildung 1: Brennweite eines Hohlspiegels (60)

$$\sin \alpha = \frac{d}{r} \quad \cos \alpha = \frac{\frac{r}{2}}{F'M} \Rightarrow \overline{F'M} = \frac{r}{2 \cos \alpha} \approx \frac{r}{2} \left(1 + \frac{\alpha^2}{2} \right)$$

z.B. maximale Abweichung von 1% vom realen Brennpunkt $F = \frac{r}{2}$:

$$\frac{r}{2} \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right) \leq \frac{1}{100} \cdot \frac{r}{2} \Rightarrow \alpha \leq 8,1^\circ \Rightarrow d \leq 0,14r$$

9 Übung 21

9.1 Bildebene eines Teleobjektivs (61)

Über Abbildungsgleichungen ergibt sich: $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1}$ für $a_1 \rightarrow \infty \Rightarrow f_1 = b_1 = 9\text{cm}$, die zweite Gegenstandsweite ergibt sich zu $a_2 = b_1 - d = -3\text{cm}$ und damit $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} \Rightarrow b_2 = 12\text{cm}$

9.2 Fern- und Naheinstellung am Fotoapparat (62)

Für ∞ -entfernt ist $b = f = 28\text{mm}$, bei $g = 0,5\text{m}$ ergibt sich nach der Linsengleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \Rightarrow b_5 = 0,02966\text{m} \approx 29,7\text{mm}$$

Die Umstellung geschieht technisch durch Vorrücken der Linse um $\Delta s = b_5 - b$. Damit wird der Brennpunkt allerdings nicht mehr optimal getroffen.

9.3 Brennweite über Abbildungsmaßstab (63)

Unter der Bedingung $b_1 = g_2$ und $g_1 = b_2$ ergibt sich über den Abbildungsmaßstab $3,5 = \beta = \frac{b}{g}$:

$$\begin{aligned} 10 = e = g_2 - g_1 = b_1 - g_1 = 3,5g_1 - g_1 = 2,5g_1 \\ \Rightarrow g_1 = 4 \text{ und } b_1 = 14 \quad \Rightarrow f = \frac{28}{9} \end{aligned}$$

10 Übung 21

10.1 Auflösungsvermögen Fabry-Perot-IF (64)

Finesse $F = \frac{2\pi}{\text{HWB}} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} = 61,24$, IF-Ordnung $m = \frac{1}{\lambda} 2nd \cos(\alpha) = 20.000$, Auflösungsvermögen $AV = Fm = 1,2 \cdot 10^6$

10.2 Spektrum eines Strichgitters (65)

$$\frac{n\lambda}{b} = \sin\alpha_n \Rightarrow \lambda = 253\text{nm}$$

Intensitätsverteilung (b Spaltbreite, d Abstand zwischen benachbarten Spalten, N Spaltanzahl, θ Beobachtungswinkel):

$$I = I_0 \frac{\overbrace{\sin^2\left(\frac{b\pi \sin \theta}{\lambda}\right)}^{\text{Beugung}}}{\left(\frac{b\pi \sin \theta}{\lambda}\right)^2} \frac{\overbrace{\sin^2\left(\frac{N\pi d \sin \theta}{\lambda}\right)}^{\text{Interferenz}}}{\sin^2\left(\frac{\pi \sin \theta}{\lambda}\right)}$$

Auflösungsvermögen (m -tes Maximum $a \sin \alpha_m = m(\lambda + \Delta\lambda)$, Nebenminimum $a \sin \alpha = \left(m + \frac{n}{N}\right) \lambda$ mit $n=1$ für erstes Nebenminimum, N Gitterlinien,

a Spaltbreite):

$$m(\lambda + \Delta\lambda) \stackrel{!}{=} \left(m + \frac{n}{N}\right) \lambda$$

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN$$

10.3 Numerische Apertur einer optischen Faser (66)

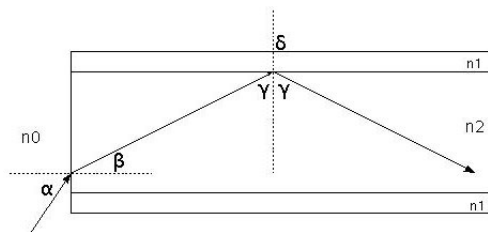


Abbildung 2: Winkel in einer optischen Faser (66)

Grenzwinkel $\sin \gamma > \sin \gamma_g = \frac{n_1}{n_2} = \frac{2}{3}$, Numerische Apertur der Faser

$$n_0 \sin \alpha_g = n_2 \sin \beta_g = n_2 \cos(90^\circ - \beta_g) = n_2 \cos \gamma_g = n_2 \sqrt{1 - \sin^2 \gamma_g}$$

$$= n_2 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2} = \sqrt{n_2^2 - n_1^2} \approx 1,17$$

Einkopplung klappt damit für jeden Winkel

11 Übung 23

11.1 Michelson-Interferometer (67)

$$2\Delta s = \lambda z \Rightarrow \lambda = 644 \text{ nm} \quad 500 \text{ Ringe bei Verschiebung } \Delta s = 161 \mu\text{m}$$

Intensitätsverlauf

$$I = (E_1 + E_2)^2$$

$$= \left(\frac{E_0}{2} e^{i\omega t} + \frac{E_0}{2} e^{i\omega t + \Delta\phi}\right)^2$$

$$= \frac{E_0^2}{2} (1 + \cos \Delta\phi)$$

11.2 Polarisiertes Lichtbündel in trübem Medium (68)

11.3 Elektronenmikroskop (69)